

可知性悖论及其解决方案探析

王晶¹, 李小五²

(1. 陕西师范大学 政治经济学院, 西安 710119; 2. 中山大学 逻辑与认知研究所, 广州 510279)

摘要: 可知性悖论是指, 从反实在论接受的前提——可知性原则 KP 出发, 能推出反实在论不能接受的结论——全知原则 OMN。该悖论对反实在论提出严峻的挑战。可知性悖论产生于 Fitch-系统 FS, 其解决方案是通过弱化 KP 为 RKP, 建立推不出 OMN 的系统 RKP。

关键词: 可知性悖论; 反实在论; 可知性原则; 全知原则

中图分类号: B815.9

文献标识码: A

文章编号: 1674-8425(2016)01-0020-07

Research on Knowability Paradox and Its Solution

WANG Jing¹, LI Xiao-wu²

(1. College of Politics and Economics, Shaanxi Normal University, Xi'an 710119, China;

2. Institution of Logic and Cognition, Sun Yat-Sen University, Guangzhou 510279, China)

Abstract: Knowability paradox means that deducing omniscient principle (OMN): the anti-realism cannot accept from knowability principle (KP): precondition of accepting anti-realism, which poses a severe challenge to anti-realism. This paradox arises in Fitch system FS. In order to solve it, we modified knowability principle to a new principle which was called RKP, so that a new system RKP will be built. It was proved that RKP will not deduce omniscient principle.

Key words: knowability paradox; anti-realism; knowability principle; omniscient principle

可知性悖论又称 Fitch-悖论, 自 1963 年 F. B. Fitch(1908—1987, 美国逻辑学家) 提出后, 受到学界的广泛重视。具体地, 可知性悖论指 Fitch 从反实在论的核心观点“所有真命题可能是知识”(符号表示为 $A \rightarrow \Diamond KA$) 出发, 推导出实在论的观点“所有真命题是知识”(符号表示为 $A \rightarrow KA$)。此结论严重挑战了反实在论的哲学立场, 并且从“可能是知识”到“是知识”, 模态词“可能 $\Diamond$ ”消失, 即

$A \rightarrow KA$ 的推出, 对知识逻辑也提出了严峻的考验。因此, 解决可知性悖论, 不论对于哲学还是逻辑学都具有十分重要的意义。

一、可知性悖论的缘起

1963 年, Fitch 在论文 *A Logical Analysis of Some Value Concepts* 中提出定理 5:

收稿日期: 2015-12-14

基金项目: 国家社会科学基金重大项目“当代知识论的系列研究”(14ZDB012); 2015 年中央高校基本科研业务费专项资金项目“基于双模态逻辑的可知性悖论解决方案研究”(15SZYB25)

作者简介: 王晶(1984—), 女, 四川阆中人, 讲师, 逻辑学博士, 研究方向: 认知逻辑和逻辑哲学; 李小五(1958—), 男, 河北涞水人, 中山大学逻辑与认知研究所教授, 厦门大学哲学系客座教授, 博士生导师, 研究方向: 动态认知逻辑、条件句逻辑及人工智能逻辑。

引用格式: 王晶, 李小五. 可知性悖论及其解决方案探析[J]. 重庆理工大学学报(社会科学), 2016(1): 20-26.

Citation format: WANG Jing, LI Xiao-wu. Research on Knowability Paradox and Its Solution[J]. Journal of Chongqing University of Technology(Social Science), 2016(1): 20-26.

$$\exists A(A \wedge \neg KA) \vdash \exists A(A \wedge \neg \Diamond KA) \quad [1]$$

直观表示“存在命题 A, A 为真并且 A 不是知识”推出“存在命题 A, A 为真并且 A 不可能是知识”。该定理的等价式:

$$\forall A(A \rightarrow \Diamond KA) \vdash \forall A(A \rightarrow KA)$$

将导致悖论——“对任意命题 A, 如果 A 为真, 那么 A 可能是知识”推出“对任意命题 A, 如果 A 为真, 那么 A 是知识”,^①其中 $\wedge$ 、 $\rightarrow$ 和 $\neg$ 是逻辑联结词, 分别表示“并且”、“(实质)蕴涵”和“否定”; $\forall$ 是全称量词, 表示“所有”; $\exists$ 是存在量词, 表示“存在”;K 是知识算子, KA 意指“A 是当下主体的知识”; $\Diamond$ 是真势模态算子, $\Diamond A$ 意指“A 是可能的”。本文只研究单主体的知与知识, 故文中所提到的主体均指当下主体, 所提到的知与知识均指当下主体的知与知识。^②

上述悖论被称为 Fitch-悖论, 也被称为可知性悖论(Knowability Paradox)^[3]。Fitch 曾表示, 该悖论不是由匿名审稿人发现的。但 J. Salerno 在 2006 年仔细研究 E. Nagel 和 A. Church 来往的书信后, 揭示了其确实是由匿名审稿人发现的。Salerno 还认为 Church 正是该匿名审稿人^[4]。因此, 不少学者也将其称之为 Church-Fitch-悖论。

(一) 可知性原则 KP 的提出

语义反实在论(Semantic Anti-realism)作为实在论(Realism)的对立面, 明确拒绝以戴维森(D. Davison, 1917—2003, 美国哲学家)为代表的实在论的意义理论(Meaning Theory)。并且, 语义反实在论在反对意义理论的基础上, 形成了自己的立场和观点。其中, 最核心的是“真之概念受认知上的限制”,^③以及“我们都是非全知者”。^④代表人物有达米特(M. Dummett, 1925—2011, 英国哲学家)和赖特(C. Wright, 1942—, 英国哲学家)^[5]。本文讨论的反实在论正是语义反实在论。^⑤

语义反实在论从其立场和观点出发, 提出著名的反实在论断(Anti-realistic Thesis), 即“所有真命题是可知的”, 简记为 ART。^⑥ ART 是一个知识论论题。文献中通常把它形式化为:

$$\forall A(A \rightarrow \Diamond KA) \quad (KP)$$

此公式通常记为 KP, 是 Knowability Principle(可知性原则)的缩写。显然, KP 正是定理 5 的等价式的前提。

其次, 反实在论还强调, 人的认知能力有限, 并且人对真命题的把握只能是部分, 而不是全部。即“存在一个不是知识的真命题”。此论题在目前的相关文献中通常被形式化为:

$$\exists A(A \wedge \neg KA) \quad (\text{Non-O})$$

(二) 全知原则 OMN 的推出

Fitch 通过 KP 推出结论(即定理 5 的结论):

$$\forall A(A \rightarrow KA) \quad (OMN)$$

上式意指“所有真命题都是知识”。这是一种全知的观点, 我们将其称之为“全知原则”(Omniscient Principle)。从全知原则的表达形式 OMN 可得, 它与反实在论的“非全知观点(Non-O)”完全相悖。它的出现严重地挑战了反实在论的哲学立场。

威廉姆森(T. Williamson, 1955—, 英国哲学家、逻辑学家)把全知原则 OMN 也称作坍塌原则(Collapse Principle), 并强调该原则存在十分严重的问题^[6]。原因在于, 如果 OMN 成立, 那么它蕴涵:

1. 存在知所有真命题的全知者

OMN 等价于:

$$\neg \exists A(A \wedge \neg KA)$$

上式意指“不存在命题 A, A 为真并且 A 不是知识。”但由于人的认知能力的局限性, 并不是所有真命题都为人们所知, 如人吸入的氧原子数量等这类命题。

2. 知识概念坍塌为真之概念(The concept of knowledge collapses with the concept of truth)

凡刻画知识的系统, 最基础的公理有

① 部分学者, 如 H. Rückert 使用“所有真命题事实上(in fact)是被知的”。

② 本文认为“know”应是“知”, 而非“知道”, 因中文“知道”不仅有“知”的含义, 还有“理解”的含义。然而, “know”更多的只有“知”这一个层面的含义。故 Kp 意指“当下主体知 p”。

③ 反实在主义者如达米特、赖特认为语言的意义与语言共同体对相关表述的使用是直接相关的, 一个语句的表达本质上取决于它如何被使用。即, 人们所描述的事态不可能原则上独立于可能出现在语言共同体里的相关语境的使用。……这意味着, 对于反实在论而言, 真之概念是认知上受限制的“The concept of truth is epistemically constrained”。

④ “We are non-omniscient.”笔者称其为反实在论的非全知观点。

⑤ 大部分学者并不区分实在论和语义反实在论, 并且在讨论可知性悖论的时候也不做明确标注。笔者认为, 出现这一现象的原因在于当代反实在论的语义转向。

⑥ 关于 ART, H. Rückert 表达为“Every truth might possibly be known”, B. Brogaard 和 J. Salerno 表达为“All truths are knowable by somebody”, N. Tennant 表达为“All truth are knowable”。表达不同但含义相同。

$$KA \rightarrow A$$

(FAC)

再加上 OMN, 则有

$$A \leftrightarrow KA$$

上式意指“知识概念等同真之概念”, 或简单地说, 知识等同真。如此, 能推出 $A \leftrightarrow KA$ 的系统将坍塌为经典的命题逻辑。即是说, 若知识和真等同, 则不再需要知识逻辑了。

可知性悖论吸引人之处在于, 从前提 KP 到结论 OMN, 模态算子 $\Diamond$ 的消失。正如 C. Jenkins 所说的“ $\Diamond$ 消失之谜 (Mystery of the disappearing diamond)”^[8]。为寻找谜底, 众多学者从不同角度提出了诸多解悖方案。而方案的优劣, 则众说纷纭。目前, 主流的解悖方案是修正可知性原则 KP,^① 大致分为三类:

(1) 修正 KP 的前件, 代表学者有 Tennant 和 Dummett。Tennant 修正前件 $p \wedge Cp$, 其中 Cp 意指: p 是笛卡尔句 (Cartesian sentence), 即 $Cp \leftrightarrow Kp \wedge \neg \perp$ ^[9]。Dummett 修正前件为 $p \wedge BSp$, 其中 BSp 意指: p 是基本陈述句 (Basic Statement), 即 A 是简单命题^[9]。两位学者的解悖方案的共同特征是限制摩尔句带入 KP。

(2) 修正 KP 的后件, 代表学者有 Williamson 和 J. Van Benthem。Williamson 修正后件 Kp 为 $\sim \sim Kp$, 意指“并非不知 A ”, 其中“ $\sim$ ”是直觉主义的否定^[9]。因此, 我们把 $p \rightarrow \sim \sim Kp$ 称作“直觉主义可知性原则”。Van Benthem 修正后件为 $\langle A! \rangle Kp$, 意指“在当下模型 (M, s) 里, A 的真宣告是可能的, 从而在相应的更新后得到知识 p ”, 则形成可学习性原则 $p \rightarrow \langle A! \rangle Kp$ ^[10]。

(3) 修正 KP 的前后件, 代表学者有 D. Edgington 和 M. Jago。Edgington 通过增加一个新的事实算子 A (actually), 把 KP 修正为 $Ap \rightarrow \Diamond KA p$ ^[11]。Jago 修正 KP 为类型论可知性原则 $p^n \rightarrow \Diamond K^{(m)} p^n$, 对于某个 $m \geq n$ ^[12]。

上述三类方案, 部分得以解悖, 部分未获成功。如 C. Massimiliano 已论证, 类型论不能解决可知性悖论^[13]。Van Benthem 提出的方案虽未能解悖, 但提供了研究可知性悖论的新视角——动态认知的视角。

本文将进一步探讨可知性悖论产生的原因, 提出解悖方案。具体地, 本文将给出基本系统 BS 和 Fitch-系统 FS, 并证明 BS 不会导致悖论, 但 FS

会导致。然后, 通过弱化 KP 为推理规则 RKP, 建立系统 RKP, 进而论证 RKP 不会推出 OMN, 即 RKP 不会导致可知性悖论。

二、公理系统 BS 和 FS

A. Costa-Leite (瑞士纳沙泰尔大学逻辑所研究员) 指出, 可知性悖论由双模态语言表述, 并认为: “如果有两个非互相定义的模态算子, 那么当形式化可知性悖论时, 只包含单一模态的逻辑是不能胜任的。”^[14] 因此, 刻画可知性悖论的逻辑是既包含真势模态 $\Diamond$ 又包含知识模态 K 的双模态逻辑。Fitch-系统 FS 也正是这样的逻辑。为了把问题说清楚, 我们首先定义基本系统 BS。

(一) 基本系统 BS

定义 1 令 $\text{Atom} = \{p_1, \dots, p_n, \dots\}$ 是非空的可数多个原子公式的集合。

(1) 带知识模态算子 K 的语言 L_K 定义为所有下列公式的集合:

$A := p \mid \neg A \mid (A \wedge B) \mid KA$, 其中 p 表示 Atom 中的任一原子公式。

(2) 带真势模态算子 $\Diamond$ 和知识模态算子 K 的语言 $L_{\Diamond K}$ 定义为所有下列公式的集合:

$A := p \mid \neg A \mid (A \wedge B) \mid \Diamond A \mid KA$, 其中 p 表示 Atom 中的任一原子公式。

缩写定义

(1) $\Box A := \neg \Diamond \neg A$

(2) $T := (p_1 \vee \neg p_1)$

(3) $\perp := \neg T$

说明: $\Diamond$ 称为存在型算子, $\Box$ 和 K 称为全称型算子。另外, $\Diamond$ 和 $\Box$ 又称为真势模态 (算子), K 又称为知识模态 (算子)。真势模态是客观模态, 知识模态是主观模态。

称 S 是一个公理系统, 当且仅当 S 是由若干公理 (模式) 和推理规则组成。

① 其他方案还有修正知识的事实性 (Factivity): $Kp \rightarrow p$, 和知识对合取的可分配性 (Distributivity): $K(p \wedge q) \rightarrow Kp \wedge Kq$ 。但是, 这两类方案都面临不少的责难, 如 Williamson 在 *Verificationism and non-distributive knowledge* 中已论证, 即使否定知识对合取的可分配性也还是会导出可知性悖论。

令 S 是一个公理系统, X 是一个公式或推理规则。

下面我们用 $S + X$ 表示,把 X 作为公理模式或推理规则加入 S 得到的新系统。

定义 2 由 $L_{\Diamond K}$ 表述的公理系统 BS 由下面的公理(模式)和推理规则组成:

(Taut) 所有重言式的代入例

(D) $K(A \wedge B) \rightarrow KA \wedge KB$

(FAC) $KA \rightarrow A$

(MP) $A, A \rightarrow B / B$

(RN $_{\Diamond}$) $\neg A / \neg \Diamond A$

说明: FAC 表示知识的事实性(Factivity), D 表示知识对合取的可分配性(Distributivity)。MP 和 RN $_{\Diamond}$ 是推理规则。MP 读作“B follows from A and $A \rightarrow B$ ”。RN $_{\Diamond}$ 类似可读。

我们称 BS 为基本系统。 BS 是一个相当小的知识系统,小到刻画知识算子的推理规则都没有。

注意:用 Taut 和 MP 构成的系统就是由 $L_{\Diamond K}$ 表述的经典命题演算 PC。

下面将用到许多证明论概念和模型论概念。若未给出严格定义,请参见文献 [5]。

基本定理 $\neg K(A \wedge \neg KA)$ 和 $\neg \Diamond K(A \wedge \neg KA)$ 都是 BS 的定理。

证明:

(1) $K(A \wedge \neg KA) \rightarrow KA \wedge K \neg KA$ D

(2) $KA \wedge K \neg KA \rightarrow KA \wedge \neg KA$

1, FAC, 命题逻辑的导出规则

(3) $\neg K(A \wedge \neg KA)$ 2, 命题逻辑的导出规则

(4) $\neg \Diamond K(A \wedge \neg KA)$ 3, RN $_{\Diamond}$

证毕。

说明:形如 $A \wedge \neg KA$ 的句子被称为摩尔句。基本定理意指:相对系统 BS , 摩尔句不是知识,并且摩尔句也不可证。

定理 1 OMN 不是 BS 的定理。

证明:用消模态算子方法来证明。

定义所有公式的集合上的消模态函数如下:

(p) $^{-} = p$, 对所有原子公式 p

($\neg A$) $^{-} = \neg A^{-}$

($A \wedge B$) $^{-} = A^{-} \wedge B^{-}$

($\Diamond A$) $^{-} = A^{-}$

(KA) $^{-} = \perp$

显然,上述消模态函数对每一个公式从外往内消去所有的模态。

证得:

(1) 若 A 是 BS 的公理,则 A^{-} 是重言式。

(2) ($\neg A$) $^{-} / (\neg \Diamond A)^{-}$ 是经典命题逻辑的导出规则。

据(1)和(2),证得:

(3) 若 A 是 BS 的定理,则 A^{-} 是重言式。

另一方面,

($A \rightarrow KA$) $^{-} = A^{-} \rightarrow \perp$

当 A 是原子公式 p 时,显然, $A^{-} \rightarrow \perp$ 不是重言式,所以

(4) ($A \rightarrow KA$) $^{-}$ 不是重言式。

假设 $A \rightarrow KA$ 是系统 BS 的定理,据(3), ($A \rightarrow KA$) $^{-}$ 是重言式,与(4)矛盾。

证毕。

说明:据定理 1 可知,把 D, FAC 和 RN $_{\Diamond}$ 加入经典命题演算 PC 不会导致 OMN。当然,把 BS 当作是刻画知识的逻辑是非常贫乏的。一般文献中的知识逻辑还需对其加以扩充。

(二) Fitch-系统 FS

下面给出 F. Fitch 推出可知性悖论的全过程:

(1) $K(A \wedge \neg KA)$ 假设

(2) $KA \wedge K \neg KA$ 1, D

(3) $KA \wedge \neg KA$ 2, FAC

(4) $\neg K(A \wedge \neg KA)$ 1, 3, 归谬法

(5) $\neg \Diamond K(A \wedge \neg KA)$ 4, RN $_{\Diamond}$

(6) $A \wedge \neg KA \rightarrow \Diamond K(A \wedge \neg KA)$ KP

(7) $\neg(A \wedge \neg KA)$ 5, 6, 否定后件律

(8) $A \rightarrow KA$ 7, 等价置换

证毕^[4]。

我们把以上论证称之为 Fitch-论证。

因为作为模式的(7)和 Non-O(符号表示为 $\exists A(A \wedge \neg KA)$)矛盾,所以反实在论如果不放弃非全知的观点,那么就必须放弃(6)可知性原则 KP。否则,将会导致(8),即全知原则 OMN。

值得注意的是, Fitch-论证中的(1)-(4)是一个有前提的推演。接下来,我们给出公理化系统

FS,使得 OMN 成为 FS 的一个定理,即从系统 FS 无前提地推出 OMN。为纪念 Fitch,我们称 FS: = BS + KP 为 Fitch-系统。

定理 2 OMN 是 FS 的定理。

证明:

(1) $\neg \Diamond K(A \wedge \neg KA)$ 基本定理

(2) $(A \wedge \neg KA) \rightarrow \Diamond K(A \wedge \neg KA)$ KP

(3) $\neg \Diamond K(A \wedge \neg KA) \rightarrow \neg(A \wedge \neg KA)$

2,等值置换

(4) $\neg(A \wedge \neg KA)$ 1,3,MP

(5) $A \rightarrow KA$ 4,等值置换

证毕。

我们称系统 S_1 是系统 S_2 的实(proper) 子系统,当且仅当, S_1 的所有定理是 S_2 的定理,但存在 S_2 的定理不是 S_1 的定理。

定理 3 BS 是 FS 的实子系统。

证明: 据定理 1,OMN 不是 BS 的定理,但据定理 2,OMN 是 BS + KP 的定理,所以 KP 也不是 BS 的定理。证毕。

通过以上论述,我们可以很明显地得出: 导致可知性悖论产生的并非基本系统 BS,而是在 BS 基础上加入可知性原则 KP 得到的 Fitch-系统 FS。

三、解悖方案: 弱化 KP 为 RKP

从定理 1(BS 推不出 OMN) 和定理 2(FS: = BS + KP 推出 OMN) 可以看出,KP 是推出 OMN 的关键。这也正是目前相关文献大部分以修正 KP 为主的原因。接下来我们将证明修正 KP 为推理规则 RKP 得到的新系统 RKP 推不出 OMN。

(一) KP 的肯定前件型弱化

定义 3 由 $L_{\Diamond K}$ 表述的公理系统 RKP 由 BS 再加以下推理规则组成:

(RKP) $A / \Diamond KA$ 。

说明: A. Costa-Leite 在其论文 *Fusions of Modal Logics and Fitch's Paradox* 中提到该推理规则,但他使用的系统跟 RKP 不一样,其无 D 公理,相较 RKP 多出公理

$\Box(A \rightarrow B) \rightarrow (\Box A \rightarrow \Box B)$

$K(A \rightarrow B) \wedge KA \rightarrow KB$

和推理规则

$A / \Box A$ ^[4]

具体不再详述。但可以看出 Costa-Leite 给出的系统比本文给出的系统大。

我们称推理规则 RKP 是 KP 的肯定前件型弱化; 系统 RKP 可称为系统 FS 的肯定前件型弱化系统。

若 RKP 的前提 A 是系统 RKP 的定理,则 RKP 意指“证明了的命题是可知的”。这比 KP 所意指“所有真命题是可知的”要合理一些。当然,“证明了的”不见得指当下主体证明了的。若 RKP 的前提 A 不是系统 RKP 的定理,则 RKP 意指“给与的命题是可知的”。这也没有不合理之处。

定理 4 OMN 不是 RKP 的定理。

证明: 只需要构造 OMN 的 RKP-反模型。

定义 $M = (W, R_{\Box}, R_K, V)$ 如下:

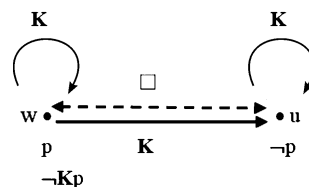
$W = \{w, u\}$

$R_{\Box} = \{ (w, u), (u, w) \}$

$R_K = \{ (w, w), (u, u), (w, u) \}$

$V(p) = \{w\}$

上述模型可图示如下,其中虚线表示 $R_{\Box}$ 。



$M \models \text{FAC}, M \models D$, 且 $R_{N_{\Diamond}}$ 相对 M 保持有效性。

下面予以证明:

(1) RKP 相对 M 保持有效性: 若 $M \models A$, 则 $M \models \Diamond KA$ 。

设 $M \models A$, 则 $M \models KA$ 。因为 $R_{\Box}$ 是持续的, 所以 $M \models \Diamond KA$ 。

据 $M \models \text{FAC}$ 和 (1), 有

(2) M 是 RKP-模型。

接下来证明:

(3) M 是 OMN 的反模型。

据 $V(p) = \{w\}$, 则:

(4) $w \models p$ 。

(5) $u \not\models p$ 。

再据 $wR_K u$, 有 $w \not\models Kp$ 。证毕。

定理 5 RKP 推不出 KP, 从而 RKP 是 FS 的

实子系统。

证明:据定理4,RKP推不出OMN,所以RKP推不出KP。证毕。

但有趣的是,将KP的逆否进行弱化是能够推出OMN的。下面,我们给出详细的论证过程。

(二) KP的否定后件型弱化

定义4 由 $L_{\Diamond K}$ 表述的公理系统WFS由BS再加下面的推理规则组成:

(RKP*) $\neg \Diamond KA / \neg A$

说明:RKP*是KP的弱化,故它是系统FS的导出规则,WFS是FS的子系统。

定理6 $WFS = BS + RKP^*$ 是FS的实子系统。

证明:从KP易证RKP*,所以WFS是FS的子系统。

另一方面,为了证明KP不是系统WFS的定理,据文献[5]的反模型引理3.4.2,只需要构造KP的WFS-反模型。

定义 $M = (W, R_{\Box}, R_K, V)$ 如下:

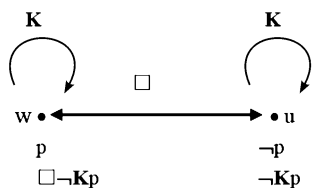
$W = \{w, u\}$

$R_{\Box} = \{ (w, u), (u, w) \}$

$R_K = \{ (w, w), (u, u) \}$

$V(p) = \{w\}$

上述模型可图示如下:



因为 R_K 是自返的,所以易见 $M \models FAC$ 。

先证M对WFS保真:

(1) 对所有公式A,若 $M \models \neg \Diamond KA$,则 $M \models \neg A$ 。

为此,只需要证:

(2) 对所有公式A,若 $M \not\models \neg A$,则 $M \not\models \neg \Diamond KA$ 。

设 $M \not\models \neg A$,则存在 $v \in W$ 使得 $v \models \neg A$ 。

若 $v = w$,则 $w \models A$ 。因为w据 R_K 只通达自己,所以 $w \models KA$ 。再据 $uR_{\Box}w$,有 $u \models \Diamond KA$ 。所以 $u \not\models$

$\neg \Diamond KA$,从而 $M \not\models \neg \Diamond KA$ 。

若 $v = u$,则据M的构造,类似可证 $M \not\models \neg \Diamond KA$ 。

据(2)容易证明

(3) M是WFS-模型。

下面予以证明:

(4) M是KP的反模型。

据 $V(p) = \{w\}$,则:

(5) $w \models p$ 。

(6) $u \not\models p$ 。

再据 uR_Ku ,有 $u \not\models Kp$ 。再据 $wR_{\Box}u$,有 $w \not\models \Diamond Kp$ 。证毕。

下面证明,虽然WFS是FS的实子系统,但仍然可以推出OMN。

定理7 OMN是WFS的定理。

证明:

(1) $\neg \Diamond K(A \wedge \neg KA)$ 基本定理

(2) $\neg(A \wedge \neg KA)$ 1, RKP*

(3) $A \rightarrow KA$ 3,命题逻辑导出规则

证毕。

说明:RKP*是KP的否定后件型弱化,系统WFS是FS的否定后件型弱化系统。从推出OMN的角度来说,这样的弱化不起作用。加之,RKP*意指“所有不可能是知识的为假”,这一论断太强,不符合反实在论的立场和观点。

根据定理4和定理6,则有

推论 $WFS \neq RKP$

根据上述论证我们得到,把ART形式化为KP是有问题的。原因如下:

第一,公理D、FAC和推理规则 $RN_{\Diamond}$ 均合理,由此形成的基本系统BS推不出OMN。

第二,Fitch-系统 $FS: = BS + KP$ 推得出OMN。

不仅如此,ART也不能形式化为RKP*,因为据定理7,把RKP*加入基本系统BS仍可推出OMN。然而,据定理4和5,RKP推不出OMN,也推不出KP。如此,把ART形式化为RKP没有问题。并且,从简洁的角度,把“所有真命题是可知的”(ART)处理为“所有给与的是可知的”(RKP)也无不妥。系统RKP有可能是最简洁、最符合反实在论观点的系统,它既可以避免全知原则OMN的推出,又捍卫了反实在论的哲学立场。

四、结束语

本文通过对可知性悖论的分析,在遵从 Fitch 论证的基础上,给出基本系统 BS 和 Fitch 系统 FS,并提出解悖方案——修正 KP 为 RKP。最后,通过模型论的方法证明了 OMN 不是系统 RKP 的定理。即,证明了这一修正方案不会导致可知性悖论。

笔者的目标是,找到新可知性原则 XKP 替代 KP,使下列要求得以满足:

要求 1 BS + XKP 推不出 OMN,从而推不出 KP。

要求 2 BS + XKP 能推出 YKP,其中表述 BS + YKP 的语言与表述 BS + XKP 的语言相同(同种),且 BS + YKP 推不出 OMN 使得 YKP 是现有文献提到的可知性原则。

要求 3 XKP 是一个简单而又合理的可知性原则。

要求 1 是最起码的,可称为基本要求。

要求 2 可称为最强性要求。它要求推出所有现存推不出 OMN 的同种可知性原则。

然后,证得 BS + XKP 有完全性和可靠性(最好有框架可靠性定理和框架完全性)。

XKP 有可能是如下一些形式:

(1) $\Diamond A \rightarrow \Diamond KA$

(2) $K \Diamond A \rightarrow \Diamond KA$

(3) $K \Diamond A \rightarrow K \Diamond KA$

(4) $\Diamond KA \vee \Diamond K \neg A$

(5) $K \Diamond A \rightarrow K \Diamond KA$

(6) $\Diamond (A \rightarrow \Diamond KA)$

(7) $OA \rightarrow O \Diamond KA$ (OKP)

在(7)中的 O 是 $\Box, \Diamond, K, k(\neg K \neg), < ! A > (A$ 的真宣告是可能的) … 构成的符号串。通常我们引入关于 O 的单调规则,故从 KP 能推出 OKP。至于 OKP 是否推出 OMN,需逐一进行考察。

参考文献:

[1] FITCH F. A Logical analysis of some value concepts [J].

The journal of symbolic logic, 1963(28):135-142.

[2] BROGAARD B, SALERNO J. Fitch's paradox of knowability [EB/OL]. [2013-10-28]. http://plato.stanford.edu/entries/fitch-paradox/

[3] SALERNO J. Knowability Noir: 1945—1963 [M] // New essays on the knowability paradox. Oxford: Oxford University press, 2009: 29-48.

[4] RÜCKERT H. A solution to Fitch's paradox of knowability [J]. Logic, epistemology, and the unity of science, 2009(1):351-380.

[5] WILLIAMSON T. Knowledge and its limits [M]. Oxford: Oxford University press, 2000.

[6] JENKINS C. The mystery of the disappearing diamond [M] // New essays on the knowability paradox. Oxford: Oxford University Press, 2009: 302-319.

[7] WILLIAMSON T. Tennant on knowability truth [J]. Ratio (new series), 2000(13):99-114.

[8] DUMMETT M. Victor's error [J]. Analysis, 2001(61):1-2.

[9] Williamson T. Intuitionism disproved? [J]. Analysis, 1982(42):203-207.

[10] Van BENTHEM J. What one may come to know [J]. Analysis, 2004(64):95-105.

[11] EDGINGTON D. The paradox of knowability [J]. Mind, 1985(94):557-568.

[12] JAGO M. Closure on knowability [J]. Analysis, 2010(70):648-659.

[13] MASSIMILIANO C. Why knowledge should not be typed: An argument against the type solution to the knowability paradox [J]. Theoria, 2011(77):180-193.

[14] COSTA-LEITE A. Fusions of modal logics and Fitch's paradox [J]. Croatian journal of philosophy, 2006(17):281-290.

[15] 李小五. 模态逻辑讲义 [M]. 广州: 中山大学出版社, 2005.

[16] COSTA-LEITE A. Fusions of modal logics and Fitch's paradox [J]. Croatian journal of philosophy, 2006(17):281-290.

(责任编辑 张佑法)